



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
CURSO DE NIVELACIÓN 2015 – 2S  
LECCIÓN 2 – (09H00)  
Guayaquil, 13 de noviembre de 2015



**SOLUCIÓN Y RÚBRICA**

**Tema 1 (25 puntos) Dadas las siguientes premisas:**

**$P_1$ : Todos los que saben matemáticas son lógicos.**

**$P_2$ : Algunos economistas saben matemáticas.**

**$P_3$ : Ningún abogado es lógico.**

Utilizando TEORÍA DE CONJUNTOS, indique la validez del razonamiento para cada conclusión planteada:

- a) Todos los que saben matemáticas no son abogados.
- b) Todos los economistas son lógicos.

**Solución:**

Se define el conjunto referencial:  $Re = \{x / x \text{ es persona}\}$

Se identifican los predicados:

$m(x)$ :  $x$  sabe matemáticas.

$l(x)$ :  $x$  es lógico.

$e(x)$ :  $x$  es economista.

$a(x)$ :  $x$  es abogado.

Se traducen las hipótesis del razonamiento al lenguaje formal:

$$P_1: \forall x \in Re [m(x) \rightarrow l(x)]$$

$$P_2: \exists x \in Re [e(x) \wedge m(x)]$$

$$P_3: \forall x \in Re [a(x) \rightarrow \neg l(x)]$$

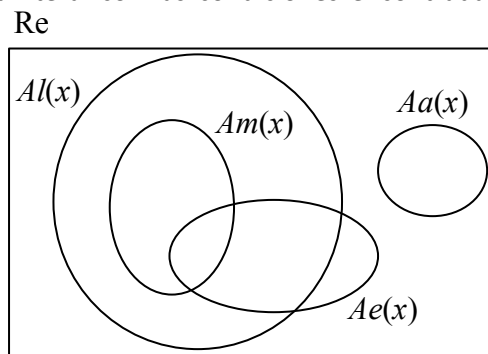
Se utiliza la teoría de conjuntos para las hipótesis planteadas:

$$P_1: Am(x) \subseteq Al(x)$$

$$P_2: Ae(x) \cap Am(x) \neq \emptyset$$

$$P_3: Aa(x) \subseteq A^c l(x)$$

Se elabora un diagrama de Venn para analizar cada literal con las condiciones encontradas para los conjuntos y la conclusión que se plantea:



a) La traducción al lenguaje formal de la primera conclusión es:

$$C_1: \forall x \in \text{Re} [m(x) \rightarrow \neg a(x)]$$

Utilizando teoría de conjuntos, se tiene:

$$C_1: Am(x) \subseteq A^c a(x)$$

El diagrama de Venn cumple con las hipótesis planteadas y también con la conclusión.

$\therefore$  Con esta primera conclusión, el razonamiento Es VÁLIDO.

b) La traducción al lenguaje formal de la segunda conclusión es:

$$C_2: \forall x \in \text{Re} [e(x) \rightarrow l(x)]$$

Utilizando teoría de conjuntos, se tiene que:

$$C_2: Ae(x) \subseteq Al(x)$$

El diagrama de Venn cumple con las hipótesis planteadas, pero no con la conclusión.

$\therefore$  Con esta segunda conclusión, el razonamiento NO ES VÁLIDO.

**Rúbrica:**

Define el conjunto referencial y los predicados adecuados.	3 puntos
Traduce al lenguaje formal cada premisa, usando cuantificadores, operadores lógicos y los predicados previamente definidos.	6 puntos
Utiliza la teoría de conjuntos para especificar las proposiciones con predicados y cuantificadores.	6 puntos
Realiza un diagrama de Venn, analiza las conclusiones (previamente traducidas) y concluye para cada situación.	10 puntos

**Tema 2 (25 puntos)** Con la técnica del CONTRAEJEMPLO, de ser posible, demuestre que la siguiente proposición es FALSA:

$$[\exists x p(x)] \wedge [\exists x q(x)] \rightarrow \exists x [p(x) \wedge q(x)]$$

**Solución:**

Un posible contraejemplo se proporciona a continuación:

Sea el conjunto referencial:

$$\text{Re} = \{3, 4, 5, 6\}$$

Considere los predicados:

$p(x)$ :  $x$  es primo.

$q(x)$ :  $x$  es par.

Se tabulan los conjuntos de verdad:

$$Ap(x) = \{3, 5\}$$

$$Aq(x) = \{4, 6\}$$

$$A[p(x) \wedge q(x)] = \emptyset$$

Entonces:

$$\exists x p(x) \Leftrightarrow 1 \quad \text{y} \quad \exists x q(x) \Leftrightarrow 1$$

Pero:

$$\exists x [p(x) \wedge q(x)] \Leftrightarrow 0$$

Por lo tanto:

$$\underbrace{[\exists x p(x) \wedge \exists x q(x)]}_1 \rightarrow \underbrace{\exists x [p(x) \wedge q(x)]}_0 \equiv 0$$

Se concluye entonces que la proposición es FALSA.

Rúbrica:

Proporciona un contraejemplo adecuado para justificar su demostración.
------------------------------------------------------------------------

25 puntos
-----------

**Tema 3 (25 puntos) Dados los siguientes conjuntos:**

$$Re_x = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$Re_y = \{0, -1, -2, -3, -4\}$$

**y los predicados de dos variables:**

$$p(x, y): xy \geq 0$$

$$q(x, y): (5x + y) \text{ es un número par.}$$

**Justificando su respuesta, califique cada proposición como VERDADERA o FALSA:**

a)  $\forall x \exists y p(x, y)$

b)  $\exists x \forall y p(x, y)$

c)  $\exists x \exists y \neg p(x, y)$

d)  $\forall x \exists y q(x, y)$

e)  $\exists x \forall y q(x, y)$

**Solución:**

- a) Cada elemento de  $\mathbb{R}_{e_x}$  al ser multiplicado por algún elemento de  $\mathbb{R}_{e_y}$ , da por resultado un valor positivo o cero.  
 $\therefore$  La proposición es verdadera.
- b) Existe algún elemento de  $\mathbb{R}_{e_x}$  que al ser multiplicado por todos los elementos de  $\mathbb{R}_{e_y}$ , da por resultado un valor positivo o cero.  
 $\therefore$  La proposición es falsa.
- c) Existe algún elemento de  $\mathbb{R}_{e_x}$  que al ser multiplicado por otro elemento de  $\mathbb{R}_{e_y}$ , da por resultado un valor negativo.  
 $\therefore$  La proposición es verdadera.
- d) Cada elemento de  $\mathbb{R}_{e_x}$  al ser multiplicado por 5 y sumado a algún elemento de  $\mathbb{R}_{e_y}$ , da por resultado un número par.  
 $\therefore$  La proposición es verdadera.
- e) Existe algún elemento de  $\mathbb{R}_{e_x}$  que al ser multiplicado por 5 y sumado a cada uno de los elementos de  $\mathbb{R}_{e_y}$ , da por resultado un número par.  
 $\therefore$  La proposición es falsa.

**Rúbrica:**

Analiza cada proposición y concluye correctamente sobre su valor de verdad.	5 puntos c/u
-----------------------------------------------------------------------------	--------------

**Tema 4 (25 puntos)** Sea el conjunto  $A = \{1, 2\}$ .

**Construya, de ser posible:**

- a) Una relación  $R$  de  $A$  en  $A$  que no sea función.
- b) Una función  $f$  de  $A$  en  $A$  que no sea inyectiva, ni sobreyectiva.
- c) Una función  $g$  de  $A$  en  $A$  que sea inversible.
- d) La función  $g^{-1}$  del literal anterior, en el caso que exista  $g$ .
- e) La función  $(g \circ g^{-1})$ , en el caso que existan  $g$  y  $g^{-1}$ .

**Solución:**

- a) Una relación que cumpla esta característica podría ser el producto cartesiano entre  $A$  y  $A$ .

$$R = A \times A = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$$

- b) Una función que cumpla con esta característica debería repetir una imagen del rango y no tener relacionados todos los elementos del conjunto de llegada.

$$f = \{(1,1), (2,1)\}$$

Otra función podría ser:

$$f = \{(1,2), (2,2)\}$$

- c) Una función que cumpla con esta característica debería ser biyectiva, esto es, inyectiva y sobreyectiva a la vez.

$$g = \{(1,1), (2,2)\}$$

Otra posible función sería:

$$g = \{(1,2), (2,1)\}$$

- d) Las funciones inversas, respectivamente, serían:

$$g^{-1} = \{(1,1), (2,2)\}$$

$$g^{-1} = \{(1,2), (2,1)\}$$

- e) La función compuesta en cualquier caso sería:

$$g \circ g^{-1} = \{(1,1), (2,2)\}$$

**Rúbrica:**

Resuelve correctamente cada literal.
--------------------------------------

5 puntos c/u
--------------