

### اختبار التجريبي في مادة الرياضيات

#### الموضوع الاول:

#### التمرين الاول:

الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(2;1;-1)$ ،  $B(-1;2;4)$ ،  $C(0;-2;3)$ ،  $D(1;1;-2)$  والمستوي  $(P)$  ذو المعادلة  $x - 2y + z + 1 = 0$ .  
اجب بصحيح او خطأ عن الاجابات التالية مع التعليل:

- 1- النقط  $A; B; C$  تشكل مستوي.
- 2- المستقيم  $(AB)$  محتوي في المستوي  $(P)$ .
- 3- المعادلة الديكارتية للمستوي  $(ABD)$  هي  $x + 8y - z - 11 = 0$ .
- 4- التمثيل الوسيطى للمستقيم  $(CD)$  هو:  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$  مع  $t \in \mathbb{R}$

- 5- المستقيمين  $(AB)$  و  $(CD)$  متعامدان.
- 6- بعد النقطة  $C$  عن المستوي  $(P)$  هو  $4\sqrt{6}$ .
- 7- الكرة ذات المركز  $D$  ونصف القطر  $R = \frac{\sqrt{6}}{3}$  وتمس المستوي  $(P)$ .
- 8- النقطة  $E\left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{5}{3}\right)$  هي المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستوي  $(P)$ .

#### التمرين الثاني:

ليكن  $P$  كثير حدود للمتغير المركب  $z$  حيث:  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7 = 0$  ..... (1)  
1- بين ان 1 - حلا للمعادلة (1) ثم اوجد العددين الحقيقيين  $a; b$  بحيث من اجل كل عدد

$$P(z) = (z+1)(z^2 + az + b); z \text{ مركب}$$

- استنتج حلول المعادلة  $P(z) = 0$ . ثم اكتب ~~الحلول~~ الشكل الاسي.

2 - المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ . نعتبر النقط

$$A; B; C; G \text{ ذات اللواحق: } z_A = -1 \text{ و } z_B = 2 + i\sqrt{3} \text{ و } z_C = 2 - i\sqrt{3} \text{ و } z_G = 3$$

3- احسب الاطوال:  $AB; BC; AC$ . ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

4- اكتب  $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$  على الشكل الاسي. ثم استنتج طبيعة المثلث  $GAC$

5- لتكن  $(\Delta)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث  $(-MA + 2MB + 2MC)CG = 12$  ..... (1)

- بين ان  $G$  هي مرجح الجملة المثقلة  $\{(a, -1)(B, 2)(C, 2)\}$ .

- بين ان العلاقة (1) تكافئ العلاقة:  $GM.CG = -4$  ..... (2)

- بين ان النقطة  $A$  تنتمي الى  $(\Delta)$ .

- بين ان العلاقة (2) تكافئ العلاقة:  $AM.CG = 0$ .

- عين المجموعة  $(\Delta)$ .

### التمرين الثالث:

نعتبر  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $N$  كما يلي:

$$U_{n+1} = 1 + \sqrt{U_n - 1} \quad \text{و} \quad U_0 = \frac{3}{2}$$

- 1- بين انه من اجل  $n \in N$  فان:  $1 < U_n < 2$ .
- 2- بين ان  $(U_n)$  متزايدة واستنتج انها متقاربة.
- 3- نعتبر  $(V_n)$  متتالية معرفة على  $N$  كما يلي:  $V_n = \ln(U_n - 1)$
- \* بين ان  $(V_n)$  متتالية هندسية. يطلب اساسها وحدها الاول.
- \* اكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $U_n$  بدلالة  $n$ .
- \* احسب المجموعين:  $S = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

### التمرين الرابع:

لتكن  $f$  دالة عددية ذات المتغير الحقيقي  $x$  معرفة

$$f(x) = (ax + b)e^{x-1} + c \quad \text{على } \mathbb{R} \text{ كما يلي:}$$

- ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني لمقابل حيث  $(C)$  يقبل مماس عند النقطة  $A(1;5)$  والنقطة  $B(0;2)$  تنتمي الى المماس  $(T)$ . و  $(C)$  يقبل مماس يوازي حامل محور الفواصل عند النقطة ذات  $-\frac{1}{2}$ .

الجزء الاول: 1-1 حدد قيم  $f(1)$  و  $f'(-\frac{1}{2})$ .

ب) حدد معامل توجيه المماس  $(T)$ .

ثم استنتج  $f'(1)$ .

2) احسب  $f'(x)$ .

3) عين الاعداد الحقيقية  $a; b; c$ .

الجزء الثاني: نعتبر فيما يلي الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$

$$f(x) = (2x - 1)e^{x-1} + 4$$

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . ماذا نستنتج بالنسبة للمنحنى  $(C)$ .

5- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراته.

6- استنتج اشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

7- بين ان المعادلة  $f(x) = 6$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  من المجال  $[1;2]$ . ثم حصر له سعته  $10^{-1}$ .

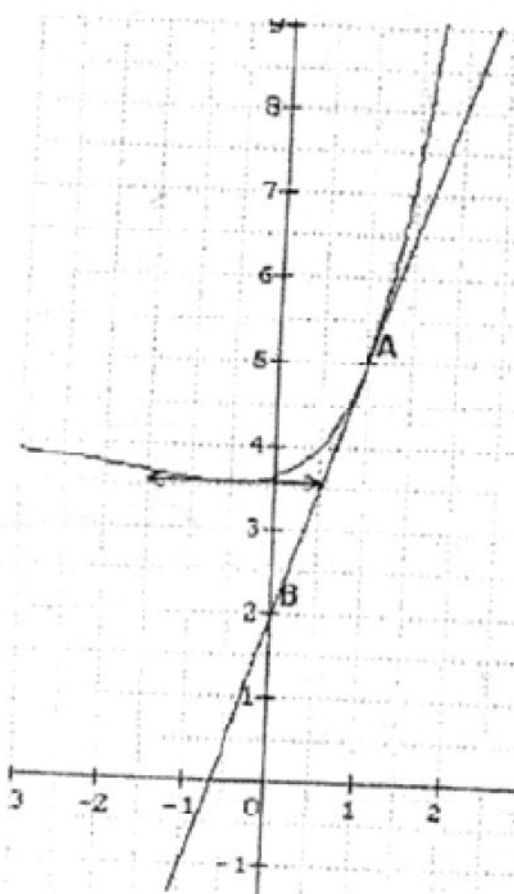
### الجزء الثالث:

نعتبر الدالة  $F$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $F(x) = (2x - 3)e^{x-1} + 4x$

- احسب الدالة  $F'(x)$ . ماذا نقول عندئذ عن الدالة  $F$ .

- احسب المساحة  $S$  للحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C)$  ومحور الفواصل والمستقيمان

الليان  $x=0$  و  $x=1$ .



## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول:

(I) اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات التالية:

1/  $f$  دالة عددية معرفة على  $]-1; +\infty[$  كما يلي:

$$f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$$

$F$  دالة أصلية لها على هذا المجال معرفة بـ:

$$F(x) = \frac{x^3 - x + 1}{(x+1)^2} - 1 \quad * \quad F(x) = \frac{-x+1}{(x+1)^2} \quad * \quad F(x) = \frac{x^3 + x + 1}{(x+1)^2} \quad *$$

2/  $f$  دالة موجبة على  $D$  و  $F$  دالتها الأصلية لها على هذا المجال:

$F$  متزايدة على  $D$  \*  $F$  متناقصة على  $D$  \* لا يمكن معرفة اتجاه تغيرها على  $D$

(II) هل الخواص التالية صحيحة أو خاطئة مع التعليل:

$f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (x+1)e^{2x}$

(1) الدالة  $f$  هي حل للمعادلة التفاضلية  $y' - 2y = e^{2x}$

(2) المعادلة  $f(x) = -\frac{1}{16}$  تقبل بالضبط حلين.

(3) نضع من أجل  $\alpha \in \mathbb{R}$   $I(\alpha) = \int_{\alpha}^{-1} f(t) dt$

$$I(\alpha) = -\frac{1}{4e^2} - \frac{2\alpha+1}{4} e^{2\alpha} : \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} I(\alpha) = +\infty \quad *$$

### التمرين الثاني:

1- لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

أ- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$ .

ب- بين أنه إذا كان  $x \geq 1$  فإن  $f(x) \geq 1$ .

2- نعرف على  $N$  المتتالية  $(U_n)$  كما يلي:  $U_0 = 2$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$

أ- بين بالتراجع أنه من أجل  $n \in N$  فإن  $U_n \geq 1$ .

ب- بين أن  $(U_n)$  متناقصة.

ج- استنتج أن  $(U_n)$  متقاربة. ثم احسب نهايتها.

3- نعرف على  $N$  المتتالية  $(V_n)$  و  $(W_n)$  كما يلي:  $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n}$  و  $W_n = \ln V_n$

أ- بين أن  $(W_n)$  متتالية هندسية أساسها 2 ويطلب حدها الأول.

ب- اكتب  $W_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $U_n$  بدلالة  $n$ .

### التمرين الثالث:

1- لتكن  $g$  دالة عددية معرفة  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = 2x - 1 + 2x \ln(2x)$

(أ) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$ .

(ب) احسب النهايات عند اطراف مجال التعريف. ثم شكل جدول تغيراتها.

(ت) احسب  $g\left(\frac{1}{2}\right)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$ .

2- لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x - 1 - \ln(2x)}{2x + 1}$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) بين انه من اجل  $x \in ]0; +\infty[$  فان:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(2x + 1)^2}$ . ثم ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$ .

(ب) احسب النهايات عند اطراف مجال التعريف. ثم شكل جدول تغيراتها.

(ت) عين المستقيمات المقاربة للمنحني (C).

(ج) ارسم المنحني (C).

### التمرين الرابع:

#### الجزء الاول:

التشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $w(z_0)$  ونسبته  $k$  حيث  $k > 0$  وزاويته  $\theta$  والذي يرفق

نقطة  $M(z)$  النقطة  $M'(z')$  بحيث ان:  $wM' = kwM$  و  $(w\vec{M}; w\vec{M}') = \theta + 2k'\pi$  مع  $k \in \mathbb{Z}$ .

\* بين ان الصيغة المركبة لهذا التشابه المباشر  $S$  هي:  $(z' - z_0) = ke^{i\theta}(z - z_0)$

#### الجزء الثاني:

1- حل في مجموعة الاعداد المركبة  $C$  المعادلة:  $z^2 - 6z + 34 = 0$

2- في المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ . نعتبر النقط  $A, B, C$  لواحقتها  $3 + 5i; 3 - 5i; 7 + 3i$  على الترتيب.

(أ) عين لاحقة النقطة  $E$  صورة النقطة  $F$  ذات اللاحقة  $(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$  بالتحاكي الذي مركزه  $I$

ذات اللاحقة  $i$  ونسبته 2.

(ب) عين لاحقة  $H$  صورة  $Q$  ذات اللاحقة  $\left(e^{-\frac{2\pi}{3}}\right)$  بالدوران الذي مركزه  $O$  وزاوته  $\frac{2\pi}{3}$ .

(ج) اكتب العدد  $\frac{z_F - z_H}{z_E - z_H}$  على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث  $EFH$

(د) \* عين لاحقة النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$

\* اوجد مجموعة النقط  $M$  من المستوي والتي تحقق:  $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}\|$

انتهى

تجميع السيد حجاج براهم